

537,160

10/537160

(12)特許協力条約に基づいて公開された国際出願

(19) 世界知的所有権機関  
国際事務局(43) 国際公開日  
2004年6月24日 (24.06.2004)

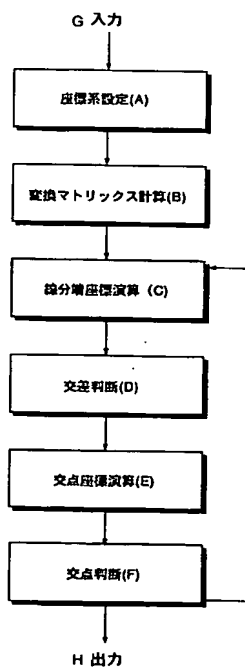
PCT

(10) 国際公開番号  
WO 2004/053741 A1

- (51) 国際特許分類<sup>7</sup>: G06F 17/50
- (21) 国際出願番号: PCT/JP2003/015586
- (22) 国際出願日: 2003年12月5日 (05.12.2003)
- (25) 国際出願の言語: 日本語
- (26) 国際公開の言語: 日本語
- (30) 優先権データ:  
特願2002-354594 2002年12月6日 (06.12.2002) JP
- (71) 出願人 (米国を除く全ての指定国について): 独立行政法人理化学研究所 (RIKEN) [JP/JP]; 〒351-0198 埼玉県和光市広沢 2番1号 Saitama (JP).
- (72) 発明者; および
- (75) 発明者/出願人 (米国についてのみ): 宇佐見 修吾 (USAMI, Shugo) [JP/JP]; 〒351-0198 埼玉県和光市広沢 2番1号 独立行政法人理化学研究所内 Saitama (JP).
- (74) 代理人: 堀田 実 (HOTTA, Minoru); 〒108-0014 東京都港区芝5丁目26番20号建築会館4階 Tokyo (JP).
- (81) 指定国 (国内): CN, JP, US.
- (84) 指定国 (広域): ヨーロッパ特許 (AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HU, IE, IT, LU, MC, NL, PT, RO, SE, SI, SK, TR).
- 添付公開書類:  
— 国際調査報告書
- 2文字コード及び他の略語については、定期発行される各PCTガゼットの巻頭に掲載されている「コードと略語のガイダンスノート」を参照。

(54) Title: METHOD OF CALCULATING INTERSECTIONS BETWEEN TRIANGLE AND LINE SEGMENT AND PROGRAM THEREFOR

(54) 発明の名称: 三角形と線分の交点計算方法とそのプログラム



(A)...SETTING COORDINATES SYSTEM  
 (B)...CALCULATING CONVERSION MATRIX  
 (C)...COMPUTING LINE SEGMENT END COORDINATES  
 (D)...JUDGING INTERSECTION  
 (E)...COMPUTING INTERSECTION COORDINATES  
 (F)...JUDGING INTERSECTION  
 G...INPUT  
 H...OUTPUT

(57) Abstract: A method of calculating the intersections between a triangle having three vertexes  $P_0, P_1, P_2$  and a line segment connecting A and B. A coordinates system R using  $P_0$  as an origin,  $P_0P_1$  as the unit length of a first axis (U axis),  $P_0P_2$  as the unit length of a second axis (V axis), and the unit vector of  $P_0P_1 \times P_0P_2$  as a third axis (N axis) is set, a conversion matrix M for converting the coordinates of a point in an ordinary coordinates system into a coordinates value in the coordinates system R is calculated, and the u, v, n coordinates values of the opposite ends A, B of the line segment are computed. The presence or the absence of an intersection with the triangle is judged from the u, v, n coordinates values of the opposite ends A, B, the u, v coordinates values of an intersection are computed if the intersection is available, and the presence or the absence of an intersection in the triangle is judged from the u, v coordinates values of the intersection.

(57) 要約:  $P_0, P_1, P_2$  を 3 頂点とする三角形と、A、B を結ぶ線分との交点を計算する方法。 $P_0$  を原点、 $P_0P_1$  を第一軸 (U 軸) の単位長さ、 $P_0P_2$  を第二軸 (V 軸) の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$  の単位ベクトルを第三軸 (N 軸) とする座標系 R を設定し、通常の座標系での点の座標を座標系 R の座標値に変換する変換マトリックス M を計算し、線分の両端 A、B の u, v, n 座標値を演算する。また、両端 A、B の u, v, n 座標値から三角形との交差の有無を判断し、交差する場合にその交点の u, v 座標値を演算し、交点の u, v 座標値から三角形内の交点の有無を判断する。

WO 2004/053741 A1

## 明細書

### 三角形と線分の交点計算方法とそのプログラム

#### 発明の背景

##### 発明の技術分野

本発明は、三角形と線分の交点計算方法とそのプログラムに関する。

##### 関連技術の説明

形状と物性を統合した実体データを小さい記憶容量で記憶することができ、これにより、物体の形状・構造・物性情報・履歴を一元的に管理し、設計から加工、組立、試験、評価など一連の工程に関わるデータを同じデータで管理することができ、CADとシミュレーションを一元化することできる実体データの記憶方法として、【特許文献1】が開示されている。

##### 【特許文献1】

特開2002-230054号公報

【特許文献1】の「形状と物性を統合した実体データの記憶方法」は、図1に示すように、外部データ入力ステップ(A)、八分木分割ステップ(B)、及びセルデータ記憶ステップ(C)からなり、外部データ入力ステップ(A)では、外部データ取得ステップS1で取得した対象物の境界データからなる外部データ12をこの発明の方法を記憶したコンピュータ等に入力し、八分木分割ステップ(B)では、外部データ12を八分木分割により境界平面が直交する直方体のセルに分割し、セルデータ記憶ステップ(C)では、各セル毎に種々の物性値を記憶するものである。

上述した【特許文献1】の発明は、対象物の形状データからなる外部データを、八分木分割により境界平面が直交する直方体のセルに分割し、各セル毎に種々の物性値を記憶するものである。分割された各セルは対象物の内側に位置する内部セルと、境界面を含む境界セルとからなる。また、内部セルは、属性として1種

の物性値を持ち、境界セルは、対象物の内側と外側の2種の物性値をもつものである。

以下、この方法によるデータを「V-CADデータ」と呼び、このデータを用いた設計やシミュレーションを「ボリウムCAD」又は「V-CAD」と呼ぶ。図1において14がV-CADデータである。

図2は、[特許文献1]に基づいて外部データからV-CADデータを作成する手順を示す図である。この図に示すように、S-CADデータや三角形パッチデータに対して、STEP-1でボクセル空間を定義し、STEP-2で幾何形状と各セルの稜線との交点計算（セル切断点の取得）を行い、STEP-3でセル毎の切断点情報からセル内面の外周ループを作成し、STEP-4で元の幾何形状を参照しつつ外周ループ内を三角形分割し、STEP-5でセルの媒質値を設定することで、V-CADデータが作成される。

上述した[特許文献1]の方法では、図1の八分木分割ステップ(B)、および図2のSTEP-2において、外部データである幾何形状を定義する三角形と各セルの稜線である線分との交点を求める計算を繰り返し膨大な回数行う必要が生じる。

かかる三角形と線分との交点計算方法として、従来から、[非特許文献1]～[非特許文献3]が知られている。

【非特許文献1】

Mollerの方法(Journal of graphics tools, 2(1):21-28 1997)。

【非特許文献2】

Badouelの方法(Graphic Gems, Academic Press P21-28 1990)。

【非特許文献3】

Computational Geometry in C: Joseph O'Rourke/Cambridge University Press P239)

三角形と線分との交点計算については、さまざまな方法が存在しており、その

多くは無限平面と無限直線との交点を計算し、その交点が平面内の閉領域としての三角形内に含まれているか否かを判断する方法である。そのような方法は計算コストが高く、V-CADシステムで今後推定されるように、多数回の計算を繰り返す場合の改善策が必要であった。

〔非特許文献1〕のMollerの方法では、〔数2〕の式(1)のベクトル計算式を利用することで、比較的低コストで計算が可能である。

〔数2〕

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\overrightarrow{P_1 P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1 P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1 P_3} \\ (\overrightarrow{V_{Dir}} \times \overrightarrow{P_1 P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1 P_{Lin}} \\ (\overrightarrow{P_1 P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1 P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1 P_{Lin}} \end{bmatrix} / \left( (\overrightarrow{V_{Dir}} \times \overrightarrow{P_1 P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1 P_2} \right) \quad \dots (1)$$

$P_1, P_2, P_3, P_{Lin}$  : 三角形の頂点、線分の始点  
 $V_{Dir}$  : 線分方向ベクトル  
 $t$  : 線分中でのパラメータ  
 $u, v$  : 三角形内でのパラメータ

しかし、この方法においては、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める際にも、全ての計算式を改めて計算する必要があるため、「同一の三角形」という条件下で交点計算のメリットが発生せず、高速化を図ることが困難であるという問題点があった。

〔非特許文献2〕のBadouelの方法では、図3において、平面の基準点 $P_{Pin}$ と法線ベクトル $V_{Nrm}$ 、直線の基準点 $P_{Lin}$ を利用して以下のように求める。

〔数3〕の式(2)として、直線の基準点と平面の距離は $d_{st} = V_{Nrm} \cdot V_{Pnt}$  ( $V_{Nrm}$ は単位ベクトル)で求まるので、交点の座標は $P_{Int} = P_{Lin} + V_{Lin} \cdot d_{st} / (V_{Lin} \cdot V_{Nrm})$ で計算できる。

続いて、三角形の各頂点、および平面と直線の交点を座標平面(xy平面、yz平面、zx平面)のいずれかに投影し、この平面上で、〔数3〕の式(3)となる $\alpha, \beta$ を計算する。

$\alpha, \beta$ の計算方法は、図4において、xy平面上に投影した場合、 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 、 $P_3(x_3, y_3, z_3)$ 、 $P_{Int}(x, y, z)$ として、各頂点のZ座標を省略した一次変換の式(〔数3〕の式(4))の

逆変換を作成すればよい。

【数 3】

$$\overrightarrow{V_{Pnt}} = \overrightarrow{P_{Pnt} P_{Lin}} \cdot \cdot \cdot (2)$$

$$\overrightarrow{P_1 P_{Int}} = \alpha \overrightarrow{P_1 P_2} + \beta \overrightarrow{P_1 P_3} \cdot \cdot \cdot (3)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \cdot \cdot \cdot (4)$$

無限平面と直線の交点計算の方法はBadouelの方法で記述したものと同一であるが、交点と三角形の内外判定方法には他にも以下の様な方法が挙げられる。

〔非特許文献 3〕の角度を計算する方法では、図 5 A と図 5 B において、個々の頂点に向けたベクトル同士の内積をそれぞれ取り、それから求めた角度の和が 0 となるか、360 度となるかによって判断する。すなわち、図 5 A では式 (5) が成り立ち、図 5 B では式 (6) が成り立つ。

$$\theta_{12} + \theta_{23} + \theta_{31} = 2\pi \cdot \cdot \cdot (5)$$

$$\theta_{12} + \theta_{23} + \theta_{31} = 0 \cdot \cdot \cdot (6)$$

その他に、図 6 A と図 6 B に示すように、交点から三角形に各頂点に向けたベクトルの外積を〔数 4〕の式 (7) で求め、これらが同じ方向を向くか否かで判断する外積を利用する方法もある。

【数 4】

$$\begin{aligned} V_{Nrm12} &= V_1 \times V_2 \\ V_{Nrm23} &= V_2 \times V_3 \\ V_{Nrm31} &= V_3 \times V_1 \end{aligned} \cdot \cdot \cdot (7)$$

図 6 A では、 $V_{Nrm12}$ 、 $V_{Nrm23}$ 、 $V_{Nrm31}$ 、とも同じ方向を向き、図 6 B では、 $V_{Nrm31}$  は逆方向を向く。

ただし、外積を利用する方法では、明らかに計算負荷がかかることが予想される。

上述したように、従来の三角形と線分との交点計算手段では、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、その都度ほとんど全ての計算式を改めて計算する必要があるため、全体として計算時間が長くなり、高速化を図ることが困難であるという問題点があった。

### 発明の要約

本発明は、かかる問題点を解決するために創案されたものである。すなわち、本発明の目的は、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、計算時間を短縮し高速化を図ることができる三角形と線分の交点計算方法とそのプログラムを提供することにある。

本発明によれば、 $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ を3頂点とする三角形と、 $A$ ,  $B$ を結ぶ線分との交点を計算する方法において、 $P_0$ を原点、 $P_0P_1$ を第一軸（ $U$ 軸）の単位長さ、 $P_0P_2$ を第二軸（ $V$ 軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（ $N$ 軸）とする座標系 $R$ を設定する座標系設定ステップ（ $A$ ）と、通常の座標系での点の座標を座標系 $R$ の座標値に変換する変換マトリックス $M$ を計算する変換マトリックス計算ステップ（ $B$ ）と、線分の両端 $A$ ,  $B$ の $u$ ,  $v$ ,  $n$ 座標値を演算する線分端座標演算ステップ（ $C$ ）と、両端 $A$ ,  $B$ の $u$ ,  $v$ ,  $n$ 座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ（ $D$ ）と、交差する場合にその交点の $u$ ,  $v$ 座標値を演算する交点座標演算ステップ（ $E$ ）と、交点の $u$ ,  $v$ 座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ（ $F$ ）と、を備えることを特徴とする三角形と線分の交点計算方法が提供される。

また、本発明によれば、コンピュータに、 $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ を3頂点とする三角形と、 $A$ ,  $B$ を結ぶ線分との交点を計算させるためプログラムであって、 $P_0$ を原点、 $P_0P_1$ を第一軸（ $U$ 軸）の単位長さ、 $P_0P_2$ を第二軸（ $V$ 軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（ $N$ 軸）とする座標系 $R$ を設定する座標系設定ステップ（ $A$ ）と、通常の座標系での点の座標を座標系 $R$ の座標値に変換する変換マトリックス $M$ を計算する変換マトリックス計算ステップ（ $B$ ）と、線分の両端 $A$ ,  $B$ の $u$ ,  $v$ ,  $n$ 座標値を演算する線分端座標演算ステップ（ $C$ ）

と、両端A, Bのu, v, n座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ(D)と、交差する場合にその交点のu, v座標値を演算する交点座標演算ステップ(E)と、交点のu, v座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ(F)と、を実行させるためのプログラムが提供される。

上記本発明の方法とプログラムによれば、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、同一の三角形に対する変換マトリックスMは、常に同一であり、異なる複数の線分に対して、線分端座標演算ステップ(C)を行うだけで、線分の両端A, Bのu, v, n座標値を演算することができる。従って、従来の方法に比べて、異なる線分に対して再計算が少なくなり、計算時間を短縮し高速化を図ることができる。

本発明の好ましい実施形態によれば、前記変換マトリックス計算ステップ(B)において、変換マトリックスMは、Affine変換マトリックスである。

Affine変換マトリックスにより、三角形に対して変換マトリックスMを短時間に容易に計算することができる。

また、線分端座標演算ステップ(C)において、u, v, n座標値を式(8)で求める、

$$P_{UVN} = M P_{xyz} \cdots (8)。$$

式(8)により、異なる複数の線分に対して、線分の両端A, Bのu, v, n座標値を短時間に容易に計算することができる。

また、交差判断ステップ(D)において、(1)片方の点のn座標が線分の長さ以上であれば交点無しと判断し、及び/又は、(2)2点のn座標が同符号であれば交点なし、異符号であれば交点ありと判断する。

この判断により、交点の有無を、容易かつ短時間に判断できる。

また、交差判断ステップ(D)において、(1)2点ともu座標が0以下又は1以上、(2)2点ともv座標が0以下、又は(3)2点ともu座標+v座標が1以上の場合、交点は三角形外と判断する。

この手段により、交点となりうる点と三角形との内外判定を、容易かつ短時間にでき、実際の交点を求める以前に、明らかに三角形内に交点を持たない線分を除外し、不必要な計算を省略することができる。

また、交点座標演算ステップ（E）において、両端A，Bのn座標の値で内分した点を交点とし、そのu，v座標値を演算する。

この手段により、交点のu，v座標値を、容易かつ短時間に、計算できる。

また、交点判断ステップ（F）において、交点のu，v座標値が、[数1]の式（13）を満たす場合に、三角形の内部と判断する。

この手段で、交点と三角形との内外判定を、容易かつ短時間にでき、実際の交点を求める以前に、三角形内に交点を持たない線分を除外し、不必要な計算を省略することができる。

本発明のその他の目的及び有利な特徴は、添付図面を参照した以下の説明から明らかになる。

#### 図面の簡単な説明

図1は、先行出願の実体データの記憶方法のフロー図である。

図2は、先行出願の実体データの記憶方法の別のフロー図である。

図3は、従来の方法を示す模式図である。

図4は、従来の方法を示す別の模式図である。

図5Aと図5Bは、従来の方法を示す別の模式図である。

図6Aと図6Bは、従来の方法を示す別の模式図である。

図7は、本発明の方法を実行するための装置の構成図である。

図8は、本発明の方法とそのプログラムのフロー図である。

図9は、本発明による座標系Rを示す模式図である。

図10は、本発明による処理方法を具体的に示すフロチャートである。

図11は、本発明の第1の実施例を示すフロー図である。

図12は、入力三角形の表示を示す画像である。

図13は、セルとセル内面で構成されるV-CADデータを示す画像である。

図14は、入力データとセル稜線の交点計算により発生したセル切断点を示す画像である。

図15は、本発明の第2の実施例を示すフロー図である。

図16は、形状変換処理後のV-CADデータを示す画像である。



## 好ましい実施例の説明

以下、本発明の好ましい実施形態を図面を参照して説明する。

図7は、本発明の方法を実行するための装置構成図である。この図に示すように、この装置10は、入力装置2、外部記憶装置3、内部記憶装置4、中央処理装置5および出力装置6を備える。

入力装置2は、例えばキーボードであり、対象物1の形状データからなる外部データ12を入力する。外部記憶装置3は、ハードディスク、フロッピーディスク、磁気テープ、コンパクトディスク等であり、形状と物理量を統合した実体データとその記憶演算プログラムを記憶する。内部記憶装置4は、例えばRAM、ROM等であり、演算情報を保管する。中央処理装置5（CPU）は、演算や入出力等を集中的に処理し、内部記憶装置4と共に、記憶プログラムを実行する。出力装置6は、例えば表示装置とプリンタであり、記憶した実体データと記憶プログラムの実行結果を出力するようになっている。

図8は、本発明の交点計算方法とそのプログラムのフロー図である。この図に示すように、本発明の交点計算方法とそのプログラムは、座標系設定ステップ（A）、変換マトリックス計算ステップ（B）、線分端座標演算ステップ（C）、交差判断ステップ（D）、交点座標演算ステップ（E）、及び交点判断ステップ（F）からなる。

本発明の交点計算方法は、 $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ を3頂点とする三角形と、A、Bを結ぶ線分との交点を計算する方法であり、本発明のプログラムは、コンピュータに、 $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ を3頂点とする三角形と、A、Bを結ぶ線分との交点を計算させるためプログラムである。

座標系設定ステップ（A）では、 $P_0$ を原点、 $P_0P_1$ を第一軸（U軸）の単位長さ、 $P_0P_2$ を第二軸（V軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（N軸）とする座標系Rを設定する。

変換マトリックス計算ステップ（B）では、通常の座標系での点の座標を座標系Rの座標値に変換する変換マトリックスMを計算する。

線分端座標演算ステップ (C) では、線分の両端 A, B の  $u$ ,  $v$ ,  $n$  座標値を演算する。

交差判断ステップ (D) では、両端 A, B の  $u$ ,  $v$ ,  $n$  座標値から三角形との交差の有無を判断する。

交点座標演算ステップ (E) では、交差する場合にその交点の  $u$ ,  $v$  座標値を演算する。交点判断ステップ (F) では、交点の  $u$ ,  $v$  座標値から三角形内の交点の有無を判断する。

以下、本発明を詳細に説明する。

1. ボリューム CAD の開発において、入力としての表面形状に多用される三角形パッチと線分 (セル稜線) との交点計算を繰り返し行う。三角形と線分との交点計算は平面と直線との交点計算の後、直線上の有効領域にあるか、平面上の有効領域にあるかという内外判定を行うこととなり、ベクトル演算を多用するため計算負荷が高くなる。例えば、入力の三角形パッチ群は 1 種で有るのに対し、V-CAD などのボリュームデータ (三次元の広がり全体を表現するデータ、CT や MRI、ボリュームレンダリング用のデータなど) に変換する際に、分割数や分解能を変更したり、Octree 化、多重ボクセル化などの階層性を持つ格子データに変換したりするケースでは、1 つのサーフェスデータに対して格子の稜線との交点計算が同時に、或いは繰り返し、大量に行われることになる。従って、以下に述べる従来技術では効率が悪く、大幅な効率化を達成できる手法が必要となる。また、ボリューム CAD に限らずとも、情報量の豊富さから今後ボリュームデータが幅広く流通されると予想されるが、そのような場面においても、処理や制御のしやすさから三角形パッチとボリュームデータの併用が必要となり、その際に本発明の技術は不可欠となる。

本発明では入力データをコンピュータ上での形状表示などに一般に利用されている Affine 変換マトリックスに変換しておくことで、交点計算および内外判定を高速に、かつ安定して行える。特に同一の三角形に対して繰り返し交点計算を行う場合には、以前に作成した三角形固有のマトリックスを再利用することで、計算コストの大幅な低減が可能となる。例えば、機械部品などでは、平面で構成される面が多く、入力の表面形状として使われる三角形は大きなものが多い。

その結果、同じ三角形とセル稜線との交点計算が多数回行われるため、本発明の利点が際立つこととなる。

2. 本発明では、図9に示すように、三角形の2辺を第一軸、第二軸、法線ベクトルを第三軸とし、第一軸と第二軸に共通する頂点を原点とする空間座標系Rを設定する。

正規直交座標系と上記座標系の変換を行うために、計算機上での画像表示などに利用されるAffine変換マトリックスを計算し、三角形との対応付けを行う。

交点計算を行う線分の両端の座標を上記マトリックスにより空間座標系Rに変換し、それらの値から、交点の有無や交点の三角形に対する内外判定、ならびに交点の座標計算を行う。

上記のような手段を用いることにより、以下の利点が発生する。

(1) 既存の手段では、2段階で行われていた交点の計算と内外判定を一段階で行えることとなり、記憶容量の増加を必要とせず、高速に計算できる。

(2) 同一の三角形に対して多数の線分との交点計算を行う際に、予め準備された幾何量を利用することで計算コストが低く抑えられる。

(3) 座標変換と点の内分という簡易なアルゴリズムであるため、実装が容易である。

(4) 座標変換の結果に符合付距離を含むため、Volumeデータの属性データとしての元曲面からの距離の計算や、面の表裏方向の確認に利用することができる。

3. 図10は、本発明による処理方法を具体的に示すフローチャートである。この図において、 $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ を3頂点とする入力三角形の3次元座標データを入力し、これから、上述した座標系設定ステップ(A)において、 $P_0$ を原点、 $P_0P_1$ を第一軸(U軸)の単位長さ、 $P_0P_2$ を第二軸(V軸)の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸(N軸)とする座標系Rを設定する。

次に、S1において、三角形に応じた座標系Rに対応するマトリックスを算出する。このステップは、上述した変換マトリックス計算ステップ(B)に相当する。

次に、S2において、交差計算対象線分の両端A、Bのu v座標、符号付距離をAffine変換演算により求める。このステップは、上述した線分端座標演算ステップ(C)に相当する。

次に、S3において、符号付距離とu v座標により、三角形との交差の有無を判断する。このステップは、上述した交差判断ステップ(D)に相当する。

次に、S4において、交点を計算する。このステップは、上述した交点座標演算ステップ(E)に相当する。

次に、S5において、UV値から三角形内の交点の有無を判断する。このステップは、上述した交点判断ステップ(F)に相当する。

4. 1 以下、計算フローの詳細を説明する。

4. 1. 1 三角形に応じた座標系と対応するマトリックス

図9に示すように、三角形の頂点を $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ とした時に、 $P_0$ を原点、 $P_0P_1$ を第一軸(U軸)の単位長さ、 $P_0P_2$ を第二軸(V軸)の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸(N軸)とするような座標系Rを考える。

通常の直交座標系での点の座標をこの座標系での座標値に変換するマトリックスをMとすると、

$$P_{UVN} = M P_{xyz} \cdots (8)$$

の式で変換された座標値は三角形によって定まる座標表面上のUV値と、三角形からの符号付距離がそれぞれu、v、n座標として計算される。

これにより、任意の点の三角形に対する位置関係(符号付距離、三角形上に垂直投影できるか否か)などが計算でき、また同一の三角形に対して多数回の交点計算を行う際には、行列をそのまま利用できるので、計算負荷の低減が可能となる。その結果、より高速な交点計算が可能となる。

この変換マトリックスは、スケーリング、回転、座標軸の変形、平行移動を含むため、 $4 \times 4$ の通常、CGの表示などに利用されているAffine変換とよばれる変換マトリックスを使用する。

スケーリングマトリックス、平行移動のマトリックスについては、各軸方向の縮尺をxScale、yScale、zScale、平行移動ベクトルを(xMove、yMove、zMove)として、[数5]の式(9)(10)のよう

に表すことができる。

また、回転および座標軸変形のマトリックスについては、 $u v n$ 座標系での各軸方向の単位ベクトルがそれぞれ  $V c 1 e$ ,  $V e c 2$ ,  $V e c N$  となることから、各ベクトルの成分を  $(v x 1, v y 1, v z 1)$ 、 $(v x 1, v y 1, v z 1)$ 、 $(v x n, v y n, v z n)$  として、[数 4] の式 (1 1) のように表現できる。これらを統合して [数 5] の式 (1 2) と計算する。

【数 5】

$$M_{scale} = \begin{bmatrix} xScale & 0 & 0 & 0 \\ 0 & yScale & 0 & 0 \\ 0 & 0 & zScale & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots (9)$$

$$M_{move} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & xMove \\ 0 & 1 & 0 & yMove \\ 0 & 0 & 1 & zMove \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots (10)$$

$$M_{trans} = \begin{bmatrix} vx1 & vy1 & vz1 & 0 \\ vx2 & vy2 & vz2 & 0 \\ vxn & vyn & vzn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdots (11)$$

$$M = M_{move} \cdot M_{scale} \cdot M_{trans} \cdots (12)$$

#### 4. 1. 2 直線の両端点の座標変換 (符号付距離、 $u v$ 座標の算出)

始点・終点の座標を上記のマトリックスで *A f f i n e* 変換する。

但し、*A f f i n e* 変換の  $4 \times 4$  行列のうち、1行目～3行目の4カラム目は移動量であるので、掛け算の対象は必ず1であり、また4行目については、1～3カラム目が0、4カラム目が1、4カラム目の掛け算の対象は1であるので、かならず計算結果は1となる。従って、汎用の行列計算用の計算でなく、*A f f i n e* 変換専用の計算を行えば、掛け算を必要とするのは、1～3行目、1～3カラム目の9回だけで済むことになり、より高速な計算が可能になる。

4. 1. 3 変換後の2点の座標を見て、交点の有無を判断する。

- ・ 片方の点のn座標が線分の長さ以上であれば交点無し、
- ・ 2点のn座標が同符号であれば、交点無し異符号であれば交点あり

4. 1. 4 変換後の2点のu座標、v座標から、交点となりうる点と三角形との内外判定を行う。

- ・ 2点とも、u座標が0以下または1.0以上の時、交点は三角形外
- ・ 2点とも、v座標が0.0以下の時、交点は三角形外
- ・ 2点とも、u座標+v座標が1.0以上の時、交点は三角形外

上記の条件を元に実際の交点の値を求める以前に、明らかに三角形上に交点を持たない線分を除外する。

4. 1. 5 両端のn座標の値で内分した点を交点とし、u v座標を求める。

4. 1. 6 交点のu座標、v座標を以下の基準により、三角形との内外判定を行う。

三角形の内部にあるための条件は、[数6]の式(13)に示す3項目となる。

【数6】

- ・  $0 \leq u \leq 1$  (Vec1方向の範囲)
- ・  $0 \leq v \leq 1$  (Vec2方向の範囲)      . . . (13)
- ・  $0 \leq u+v \leq 1$  ( $P_1P_2$ の線の内側( $P_0$ 側))

#### 4. 2 計算コストと計算結果

Mollerの手法と本発明の計算コストを比較する。

まず、Mollerの手法では、[数7]の式(14)が2回ずつでてくるので、それぞれベクトルP、Qとして計算しておき、また割り算を行う部分も予め逆数を[数7]の式(15)で計算しておく。

この場合、ベクトルPの計算コストが掛け算6回、ベクトルQの計算コストが掛け算6回であり、tを求めるまでの計算コストは、それぞれベクトルともう一つのベクトルの内積計算、逆数計算と、逆数との掛け算で、掛け算が19回、割り算が1回となる。

uを求める為には、これに4回の掛け算が追加され、vの計算にも4回の掛け

算が必要となる。

これに対して本発明の場合には、両端の符号付距離と  $u$   $v$  値を求めるまでに 18 回の掛け算が必要となる。両端の符号付距離が同符号であれば  $t < 0$  または  $t > 1$  と同値であり、線分の有効範囲に交点がないことが分かるので、この時点で掛け算 1 回と割り算 1 回の計算コストの節約となる。

交点の  $u$   $v$  値を求めるためには、[数 7] の式 (16) といった計算が必要になるので、 $u$  値を求めるまでに、1 回の割り算と 2 回の掛け算、 $v$  値を求めるまでに、さらに 2 回の掛け算が必要になる。但し、始点・終点の  $U$  値、 $V$  値がともに 0 未満であったり、1 以上であったり、 $U$  値 +  $V$  値が 1 以上の場合には、交点の  $U$  値、 $V$  値の計算を行うことなく、交差しないという判定が可能である。

【数 7】

$$(\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \text{ と } (V_{Dir} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \quad \dots (14)$$

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1P_3} \\ (V_{Dir} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P_{Lin}} \\ (\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1P_{Lin}} \end{bmatrix} / ((V_{Dir} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P_2}) \quad \dots (15)$$

$$t = \text{fabs}(N_{P1} / (N_{P2} - N_{P1}))$$

$$U_{Int} = U_{P0} \times t + U_{P1} \times (1 - t) \quad \dots (16)$$

$$V_{Int} = V_{P0} \times t + V_{P1} \times (1 - t)$$

従って交点計算のステップとして、

Step 1 線分の有効区間での交差確認 ( $t$  Value)

Step 2 交点の  $u$  値での有効／無効判定

Step 3 交点の  $v$  値での有効／無効判定

といった手順を踏むとすると、各条件のもとでの交差を行うまでに、表 1 に示すような計算コストがかかることが分かり、本発明の方が高い計算効率であることが分かる。

【表 1】

STEP	Moller's Method	This Method
Step1 tValue	19Multi+1Divide	18Multi
Step2 uValue	23Multi+1Divide	20Multi+1Divide (18Multi)
Step3 vValue	27Multi+1Divide	22Multi+1Divide (18Multi)

#### 4. 3 実施例

##### 4. 3. 1 実施例 1

図 1 1 に、外部データの取得から V-CAD データ作成までのフローを示す。図 1 1 においては、上述した交点計算を行う前に、幾何形状（S-CAD データ、三角形パッチ）を各セルにマッピングする処理を行った。この処理を行うことにより、交差対象線分（セルの稜線）の候補を絞り込むことができるため、計算時間を短縮し、高速化を図ることが可能となる。マッピング処理を行わない場合は、全ての線分を探索しなくてはならず、計算時間がかかるため、本実施例のように交点計算前にマッピング処理を行うことが好ましい。

図 1 2 ～ 1 4 は、図 1 1 の処理を行った場合の表示画面を示している。すなわち、図 1 2 は、STEP (T 2) において入力する三角形の表示画面、図 1 3 は、STEP (T 1 3) において作成された V-CAD データの表示画像である。図 1 4 は、図 1 3 の一部を拡大したものであり、入力データとセル稜線の交点計算により発生したセルの切断点が表示してある。

本発明により、ベンチマークでは最大 30 % 程度の高速化が達成できた。

##### 4. 3. 2 実施例 2

図 1 5 は、本発明の手法を形状変形処理の際の干渉チェックに応用した場合のフローである。STEP (U 4) において、図 1 1 の一連の処理を行う前の前処理として、交点計算（図 1 1 の STEP (T 5) から (T 1 1) の処理）を行い、自己干渉のチェックを行った。その後、図 1 1 の一連の処理を行うことによって（STEP (U 5) に相当）、変形後の形状を表示することができる。図 1 6 にその表示画像を示す。

##### 4. 3. 3



上述したように、本発明の三角形と線分の交点計算方法とそのプログラムは、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、計算時間を短縮し高速化を図ることができる等の優れた効果を有する。

なお、本発明をいくつかの好ましい実施例により説明したが、本発明に含まれる権利範囲は、これらの実施例に限定されないことが理解されよう。反対に、本発明の権利範囲は、添付の請求の範囲に含まれるすべての改良、修正及び均等物を含むものである。

## 請求の範囲

1.  $P_0, P_1, P_2$ を3頂点とする三角形と、 $A, B$ を結ぶ線分との交点を計算する方法において、

$P_0$ を原点、 $P_0P_1$ を第一軸（U軸）の単位長さ、 $P_0P_2$ を第二軸（V軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（N軸）とする座標系Rを設定する座標系設定ステップ（A）と、

通常の座標系での点の座標を座標系Rの座標値に変換する変換マトリックスMを計算する変換マトリックス計算ステップ（B）と、

線分の両端A, Bのu, v, n座標値を演算する線分端座標演算ステップ（C）と、

両端A, Bのu, v, n座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ（D）と、

交差する場合にその交点のu, v座標値を演算する交点座標演算ステップ（E）と、

交点のu, v座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ（F）と、を備えることを特徴とする三角形と線分の交点計算方法。

2. 前記変換マトリックス計算ステップ（B）において、変換マトリックスMは、Affine変換マトリックスである、ことを特徴とする請求項1に記載の三角形と線分の交点計算方法。

3. 線分端座標演算ステップ（C）において、u, v, n座標値を式（8）で求める、

$$P_{UVN} = M P_{xyz} \cdots (8)$$

ことを特徴とする請求項1に記載の三角形と線分の交点計算方法。

4. 交差判断ステップ（D）において、（1）片方の点のn座標が線分の長さ以上であれば交点無しと判断し、及び／又は、（2）2点のn座標が同符号であれば交点なし、異符号であれば交点ありと判断する、ことを特徴とする請求項1に記載の三角形と線分の交点計算方法。

5. 交差判断ステップ(D)において、(1) 2点ともu座標が0以下又は1以上、(2) 2点ともv座標が0以下、又は(3) 2点ともu座標+v座標が1以上の場合、交点は三角形外と判断する、ことを特徴とする請求項1に記載の三角形と線分の交点計算方法。

6. 交点座標演算ステップ(E)において、両端A, Bのn座標の値で内分した点を交点とし、そのu, v座標値を演算する、ことを特徴とする請求項1に記載の三角形と線分の交点計算方法。

7. 交点判断ステップ(F)において、交点のu, v座標値が、[数1]の式(13)を満たす場合に、三角形の内部と判断する、

【数1】

$$\begin{aligned} & \cdot 0 \leq u \leq 1 \quad (\text{Vec1 方向の範囲}) \\ & \cdot 0 \leq v \leq 1 \quad (\text{Vec2 方向の範囲}) \quad \dots (13) \\ & \cdot 0 \leq u+v \leq 1 \quad (\text{P}_1\text{P}_2 \text{ の線の内側(P}_0\text{ 側)}) \end{aligned}$$

ことを特徴とする請求項1に記載の三角形と線分の交点計算方法。

8. コンピュータに、 $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ を3頂点とする三角形と、A, Bを結ぶ線分との交点を計算させるためプログラムであって、

$P_0$ を原点、 $P_0P_1$ を第一軸(U軸)の単位長さ、 $P_0P_2$ を第二軸(V軸)の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸(N軸)とする座標系Rを設定する座標系設定ステップ(A)と、

通常座標系での点の座標を座標系Rの座標値に変換する変換マトリックスMを計算する変換マトリックス計算ステップ(B)と、

線分の両端A, Bのu, v, n座標値を演算する線分端座標演算ステップ(C)と、

両端A, Bのu, v, n座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ(D)と、

交差する場合にその交点のu, v座標値を演算する交点座標演算ステップ(E)と、

交点のu, v座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ(F)と、を実行させるためのプログラム。

図1

先行技術

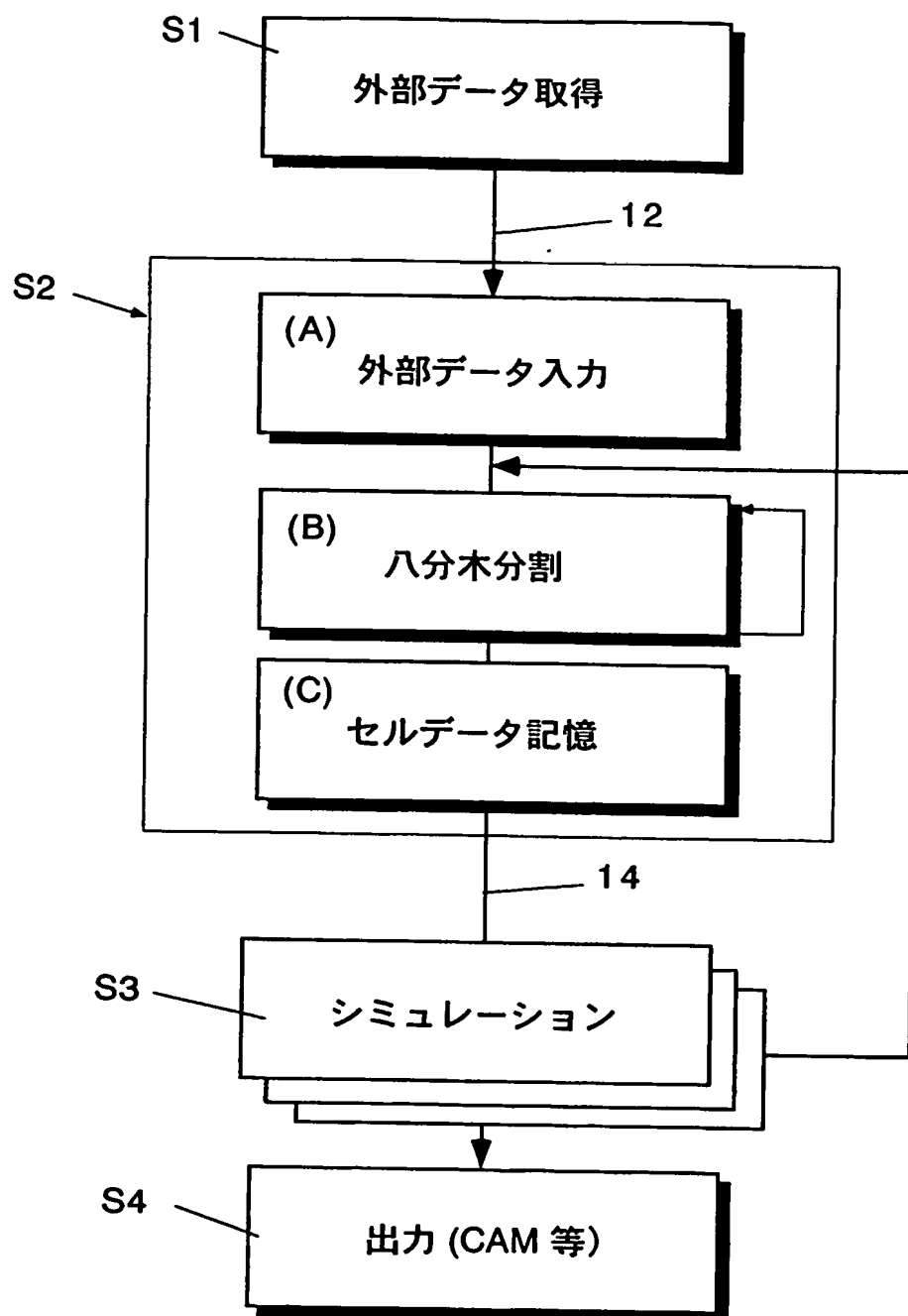


図2 先行技術

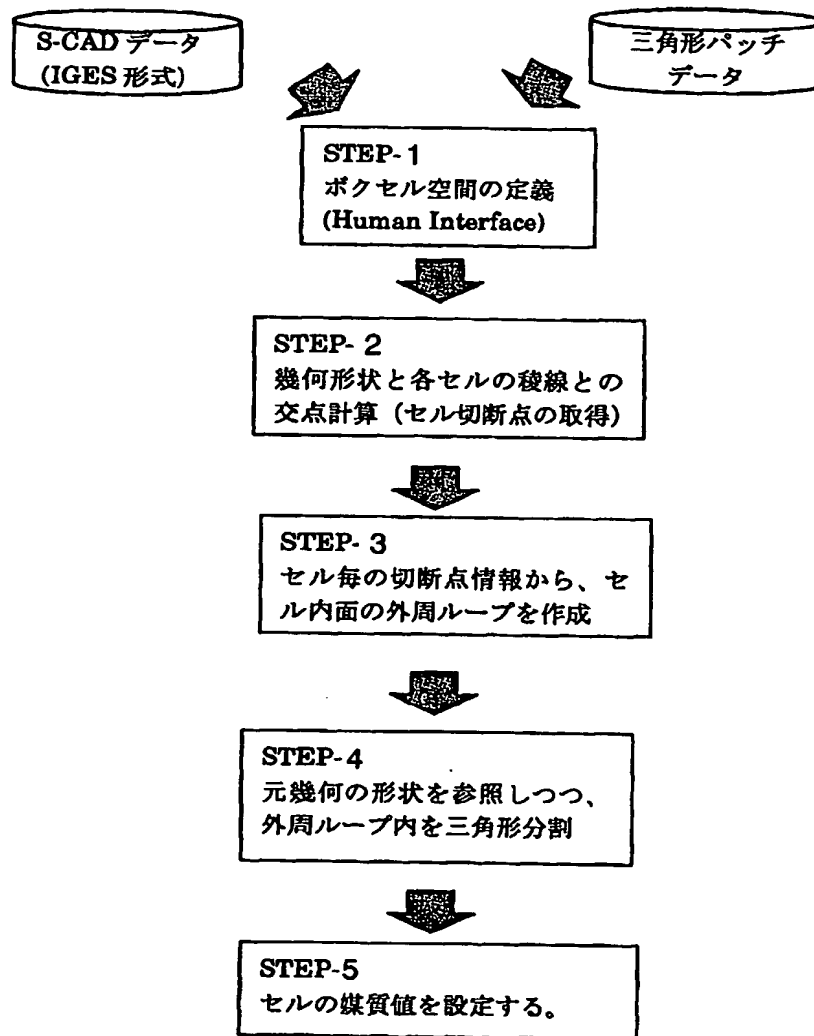


図3  
先行技術

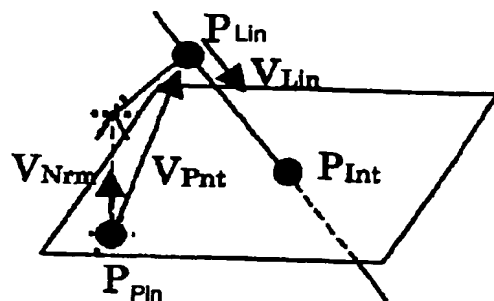


図4  
先行技術

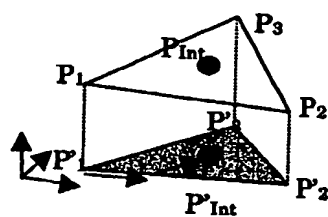


図5A  
先行技術

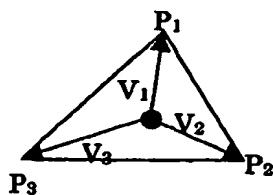


図5B  
先行技術

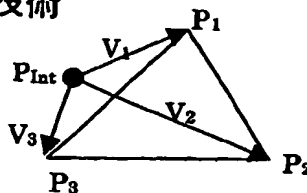


図6A  
先行技術

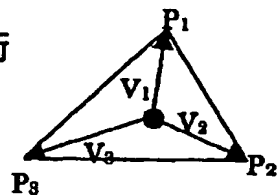


図6B  
先行技術

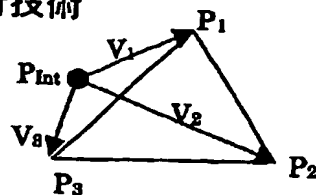


図7

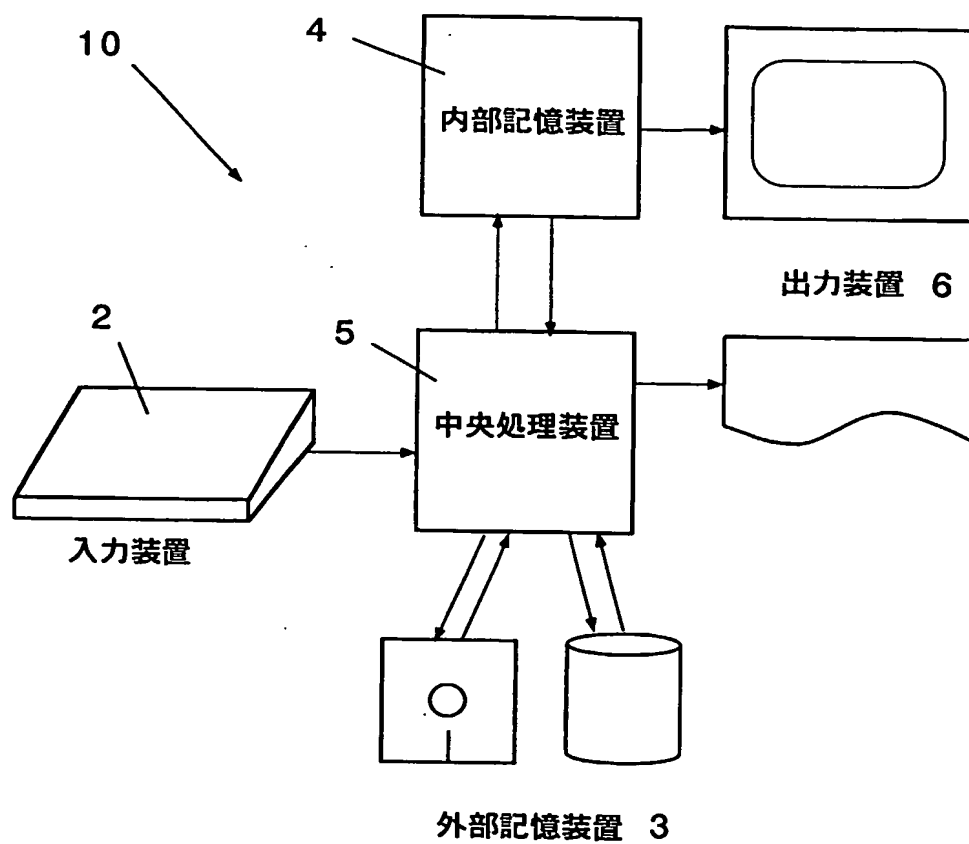


図8

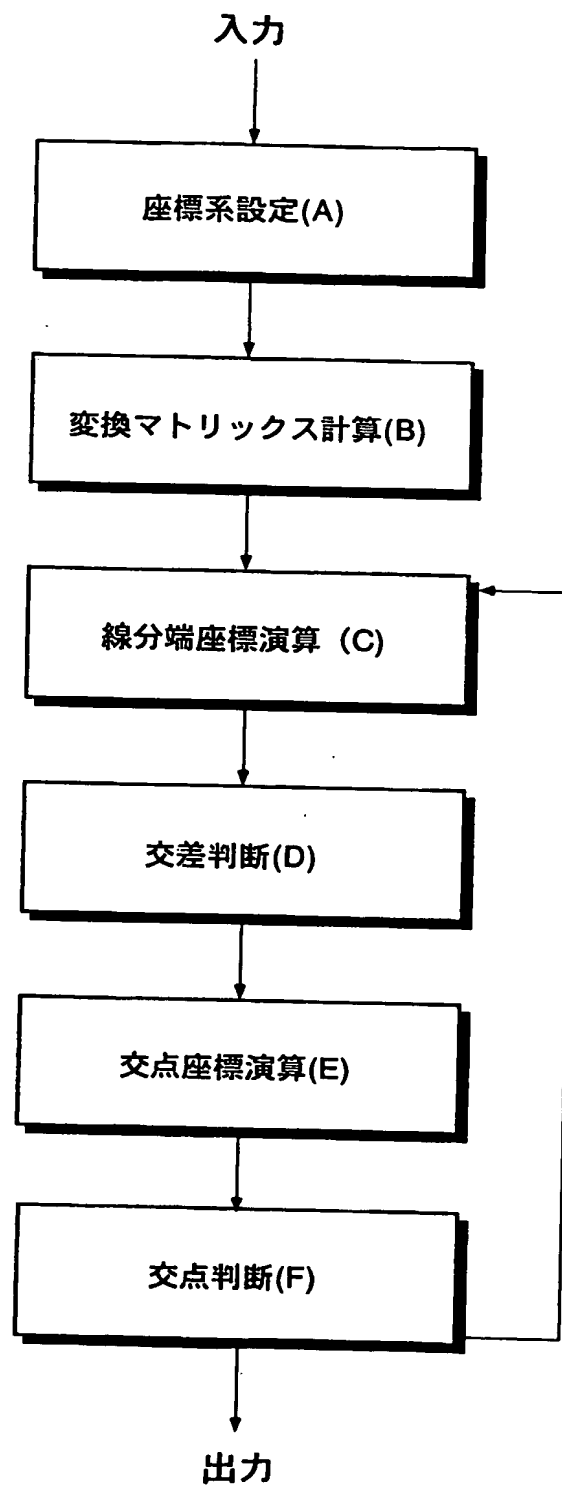




図9

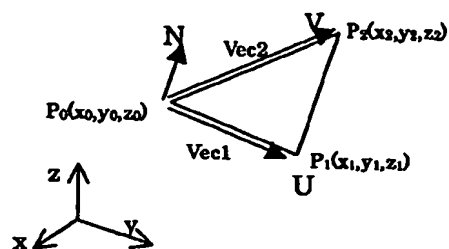


図10

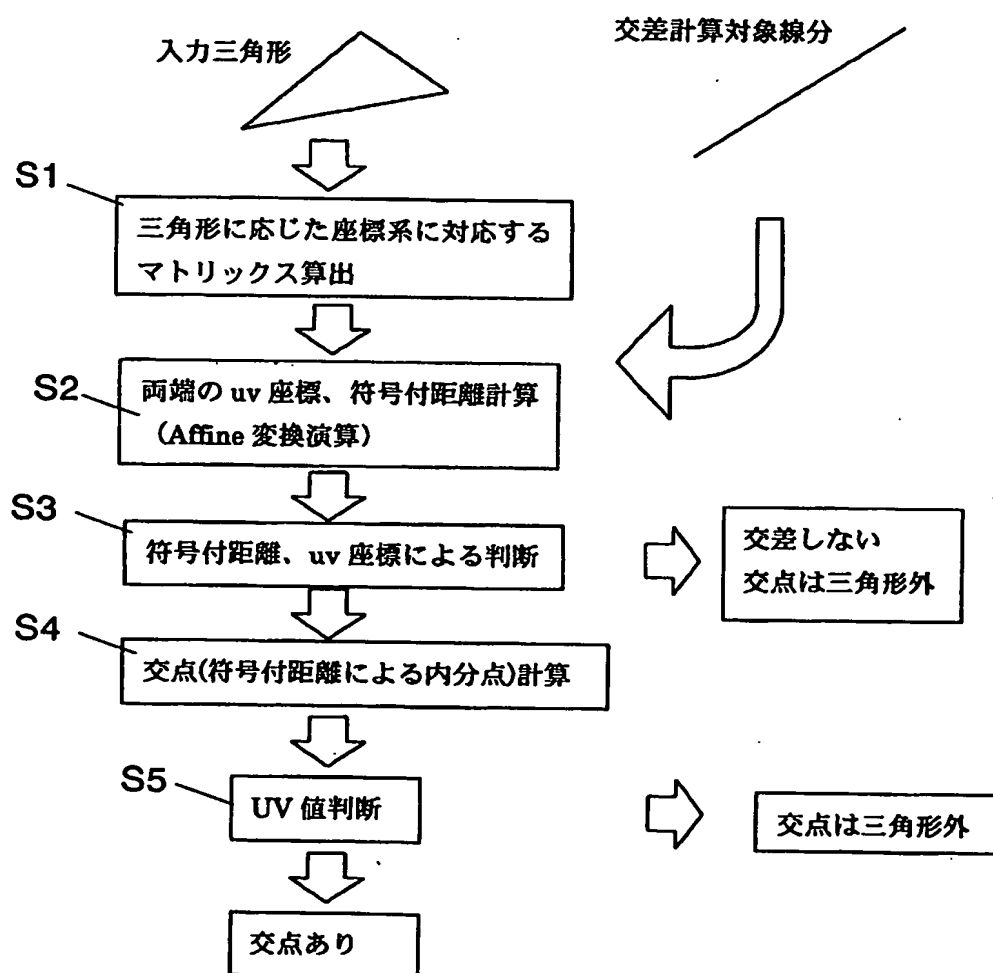
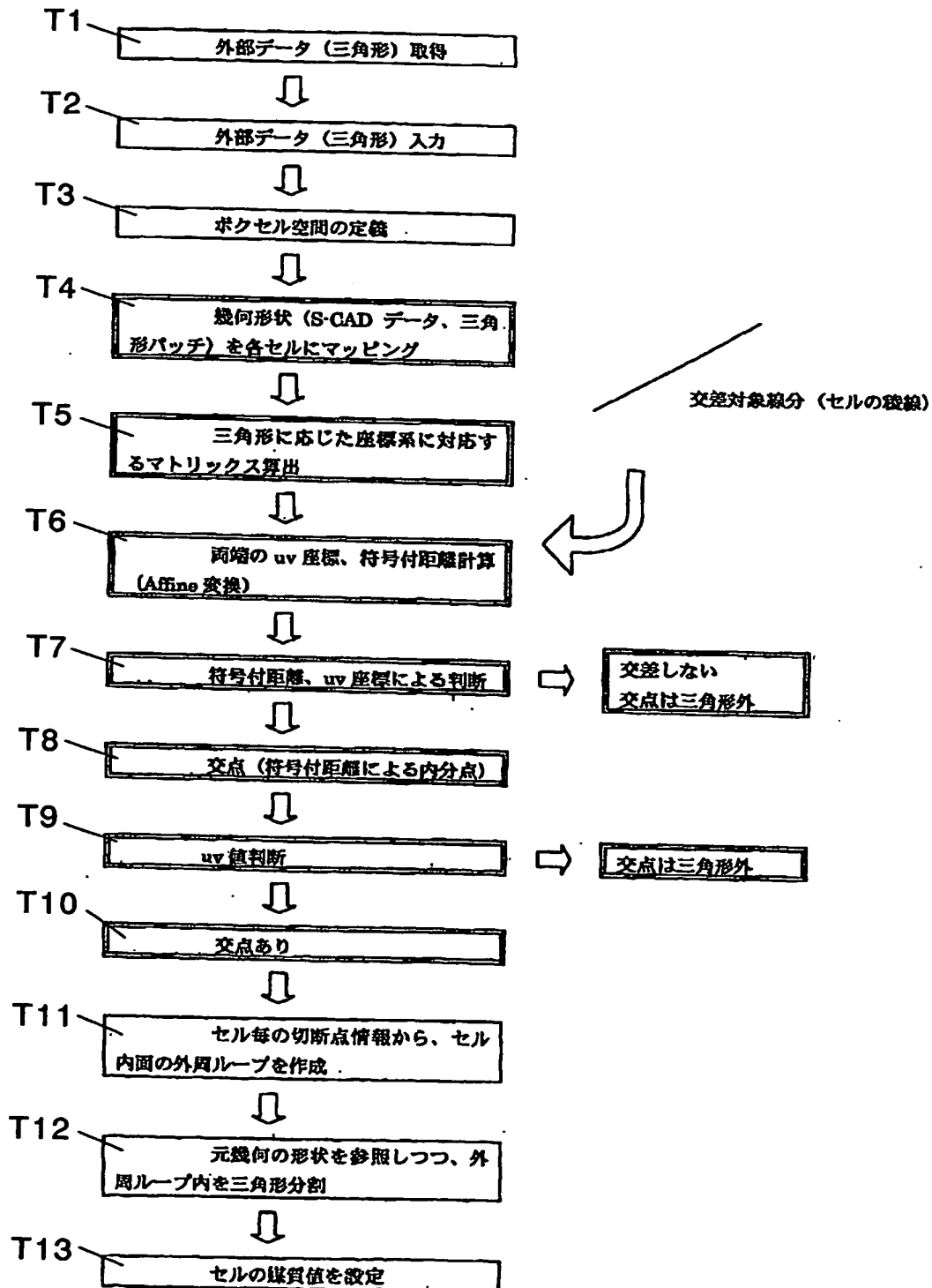
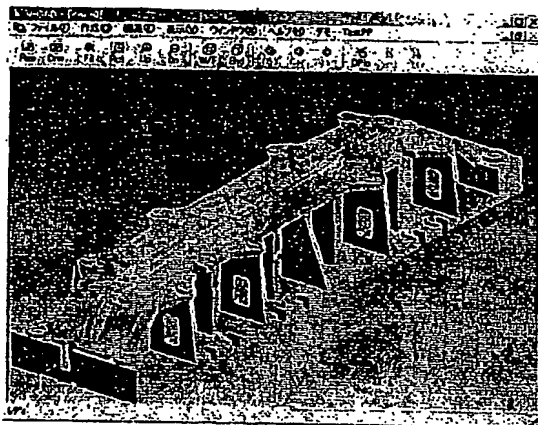


図11



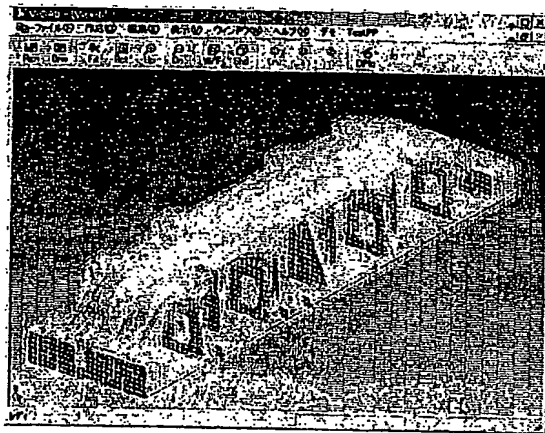
BEST AVAILABLE COPY

図12



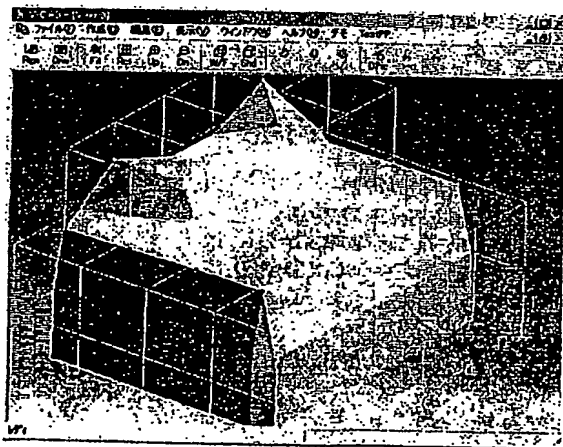
入力三角形の表示

図13



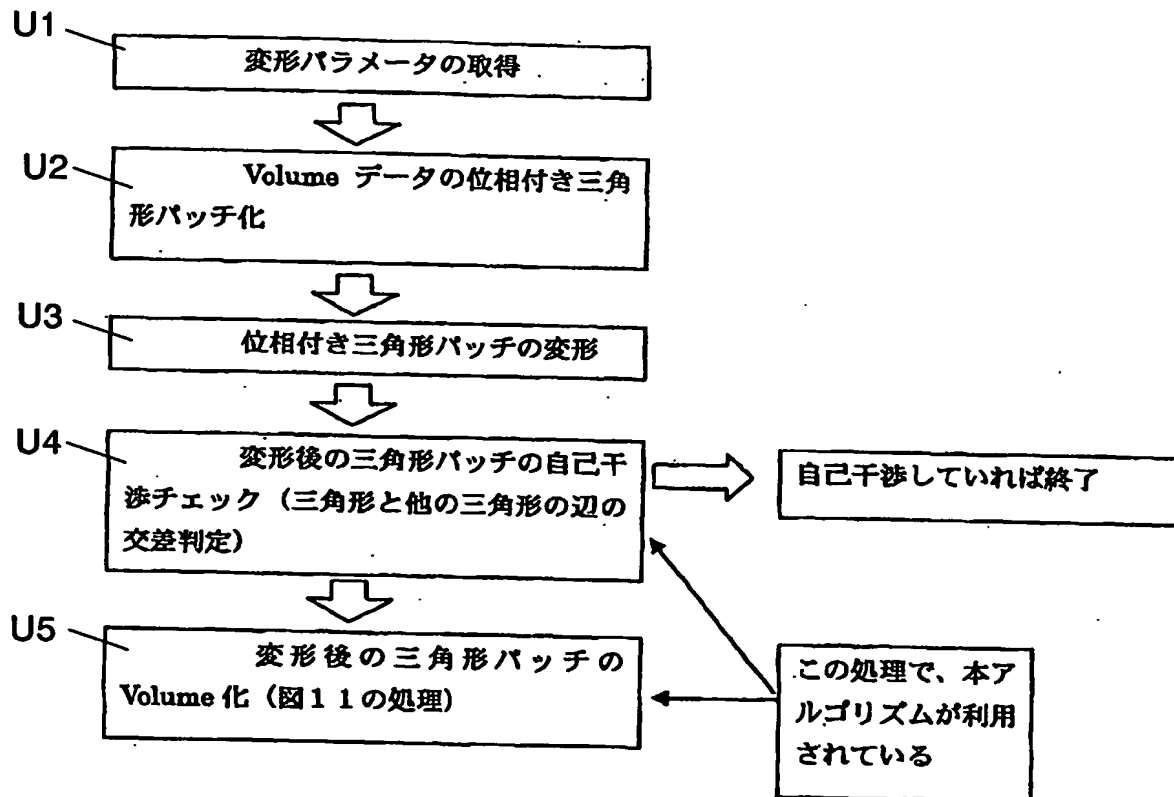
セルとセル内面で構成される V-CAD データ

図14



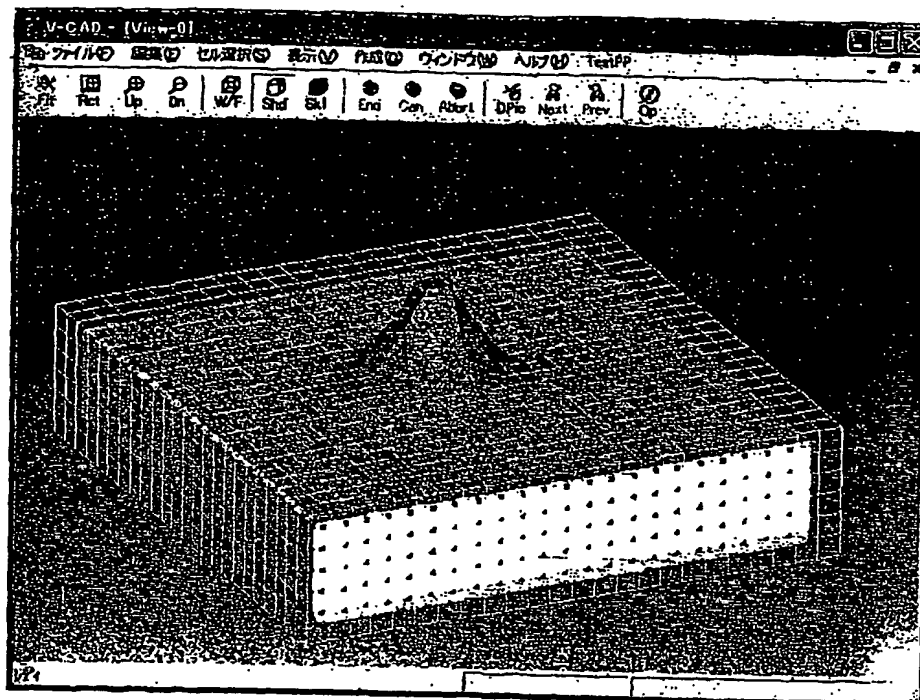
入力データとセル稜線の交点計算により発生したセル切断点

図15



BEST AVAILABLE COPY

図16



## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/JP03/15586

**A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER**  
Int.Cl<sup>7</sup> G06F17/50

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

**B. FIELDS SEARCHED**Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)  
Int.Cl<sup>7</sup> G06F17/50, G06T17/40

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

**C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT**

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	Dan Sunday, "Intersections of Rays and Segments with Triangles in 3D", [online], May, 2001, [retrieval date 06 January, 2004 (06.01.04)], Internet <URL:http://goemetryalgorithms.com/Archive/algorithm_0105/algorithm_0105.htm>	1-8

☐ Further documents are listed in the continuation of Box C.☐ See patent family annex.

\* Special categories of cited documents:

- "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance  
"E" earlier document but published on or after the international filing date  
"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)  
"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means  
"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

- "T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention  
"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone  
"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art  
"&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search  
06 January, 2004 (06.01.04)Date of mailing of the international search report  
20 January, 2004 (20.01.04)Name and mailing address of the ISA/  
Japanese Patent Office

Authorized officer

Facsimile No.

Telephone No.

## A. 発明の属する分野の分類 (国際特許分類 (IPC))

Int. Cl<sup>7</sup> G06F17/50

## B. 調査を行った分野

調査を行った最小限資料 (国際特許分類 (IPC))

Int. Cl<sup>7</sup> G06F17/50, G06T17/40

最小限資料以外の資料で調査を行った分野に含まれるもの

国際調査で使用した電子データベース (データベースの名称、調査に使用した用語)

## C. 関連すると認められる文献

引用文献の カテゴリー*	引用文献名 及び一部の箇所が関連するときは、その関連する箇所の表示	関連する 請求の範囲の番号
A	Dan Sunday, "Intersections of Rays and Segments with Triangles in 3D", [online], May 2001, [検索日2004.01.06], インターネット<URL:http://goemetryalgorithms.com/Archive/algorithm_0105/algorithm_0105.htm>	1-8

☐ C欄の続きにも文献が列挙されている。☐ パテントファミリーに関する別紙を参照。

## \* 引用文献のカテゴリー

- 「A」 特に関連のある文献ではなく、一般的技術水準を示すもの  
「E」 国際出願日前の出願または特許であるが、国際出願日以後に公表されたもの  
「L」 優先権主張に疑義を提起する文献又は他の文献の発行日若しくは他の特別な理由を確立するために引用する文献 (理由を付す)  
「O」 口頭による開示、使用、展示等に言及する文献  
「P」 国際出願日前で、かつ優先権の主張の基礎となる出願

の日の後に公表された文献

- 「T」 国際出願日又は優先日後に公表された文献であって出願と矛盾するものではなく、発明の原理又は理論の理解のために引用するもの  
「X」 特に関連のある文献であって、当該文献のみで発明の新規性又は進歩性がないと考えられるもの  
「Y」 特に関連のある文献であって、当該文献と他の1以上の文献との、当業者にとって自明である組合せによって進歩性がないと考えられるもの  
「&」 同一パテントファミリー文献

国際調査を完了した日

06.01.04

国際調査報告の発送日

20.1.2004

国際調査機関の名称及びあて先

日本国特許庁 (ISA/JP)

郵便番号100-8915

東京都千代田区霞が関三丁目4番3号

特許庁審査官 (権限のある職員)

田中 幸雄



5H

9191

電話番号 03-3581-1101 内線 3531